VIDEOSBÍRKA FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH

1. Urči definiční obor funkce $F = \sin\sqrt{x^2 - 9} + \ln(y - x)$
2. Urči definiční obor funkce $F = arc\cos(4 - x^2 - y^2)$
3. Urči definiční obor funkce $F = \frac{\ln(x \cdot \sin y)}{\ln(x-y)}$
4. Dokaž, že $\lim_{[x;y]\to[0;0]} \frac{x^2}{y^2+x^2}$ neexistuje, a to jak metodou postupných limit, tak metodou svazku přímek.
5. Vypočítej limitu $\lim_{[x;y]\to[0;0]} \frac{x^4y^4}{-x^2+y^4}$
6. Urči hodnotu limity $\lim_{[x;y]\to[0;0]} \frac{yx^2}{x^2+y^2}$
7. Vypočítej všechny první, druhé a třetí parciální derivace funkce
$$F = \sin(x \cdot y)$$
8. Vypočítej všechny první a druhé parciální derivace funkce
$$F = x \cdot e^{x \cdot y} - \ln(y - x)$$
9. Urči první a druhé parciální derivace
$$F = arctg\frac{x}{y}$$
10. Urči první parciální derivace této funkce tří proměnných.
$$F = z^{2x+ln\,(y)} \cdot \sqrt{x + y^2}$$
11. Urči první derivace implicitně zadané funkce.
$$e^{xy} - \frac{y}{x} = 0$$
12. Urči první parciální derivace této implicitně zadané funkce dvou proměnných.
$$zy + z^2x - xy + 2y^2 = 0$$
13. Urči gradient funkce $z = sin\frac{x}{x+y} - \tan(y^2 \cdot x)$ v bodě [0;π]
14. Z této funkce 3 proměnných urči množinu bodů, kdy je gradient nulový a tuto množinu zakresli
$$F = xy + 2zy$$
15. Urči derivaci ve směru $\vec{u} = (3; 4)$ v bodě A [0;1] funkce
$$F = e^{x^2 \cdot y} \cdot (y + x)$$
16. Napiš Taylorův polynom 2. stupně z funkce $F = \frac{\sin x}{\cos y}$ v bodě A [π/2; π].
17. Urči Taylorův polynom třetího stupně dané funkce v bodě [0;e].

$$F = e^x y^2 + x^2 \ln(y)$$

18. Pomocí diferenciálu prvního řádu aproximuj hodnotu funkce v bodě [-0,1; 1,05π].

$$F = \sin(x) \cdot \cos(y)$$

19. Urči tečnou rovinu k funkci $F = \cos(x^2 + \frac{y}{2})$ v bodě [0;π;?]
20. Urči tečnou rovinu k implicitně zadané funkci $z^2 - xyz + z^2 \cdot (y+1) = 0$ v bodě [2;2;1]
21. Urči globální extrémy funkce $F = x^2 + y^2 + y \cdot x$ na oblasti určené body A [-1;-1], B [-1;5], B [5;-1]
22. Urči vázané extrémy pomocí Lagrangeových multiplikátorů z funkce $z = 2x^2 - y^2$ při vazební podmínce g: $x - 2y + 2 = 0$
23. Najdi lokální extrémy funkce $F = e^{x-y} \cdot (x^2 - 4y^2)$
24. Najdi lokální extrémy funkce $F = 2xy - yx^2 - xy^2$

VIDEOSBÍRKA DVOJNÉ INTEGRÁLY

25. Zintegruj $\int_0^1 \int_0^3 \frac{1}{(y+4x+5)^4}\, dydx$
26. Zintegruj $\int_1^2 \int_0^1 \frac{y+1}{x^2y+y}\, dydx$
27. Urči velikost oblasti ohraničené funkcemi $y = x, x = -1, y = \frac{3}{x+2}$.
28. Urči velikost oblasti ohraničené funkcemi $y = -4 - x, x = 3, y = x + 2$
29. Zaměň pořadí mezí a poté zintegruj dvojný integrál $\iint_{-2;y^2}^{2;4} (2 + 2y) dxdy$.
30. Zintegruj $\iint_M xy\, dx\, dy$ kde oblast M je ohraničená funkcemi $y^2 \leq x; y^2 \leq \frac{1}{x}; x \leq 3$.
31. Zintegruj $\iint_M 2\sin(3x + 2y)\, dx\, dy$ kde oblast M je ohraničená funkcemi $y = x; x = \frac{\pi}{2}; y = 0$.
32. Zintegruj $\iint_M x + ydx\, dy$ kde oblast M je ohraničená funkcemi $y = x; y = \frac{4}{x}; y = 0; x = 1; x = 4$.
33. Zintegruj $\iint_M ydx\, dy$ kde oblast M je ohraničená funkcemi $y = |x|; x^2 + y - 2 = 0$.

34. Zintegruj $\iint_M e^{-x^2-y^2} dx\, dy$ kde oblast M je ohraničená funkcemi $2x^2 + 2y^2 \leq 8; x^2 + y^2 \geq 1; x \leq 0.$
35. Zintegruj $\iint_M x dx\, dy$ kde oblast M je ohraničená funkcemi
$$x^2 - 4x + y^2 + 3 \leq 0.$$
36. Vypočti hmotnost plochy ohraničená křivkami $(x-2)^2 + y^2 \leq 4; (x-1)^2 + y^2 \geq 1; y \geq x$, jejíž plošná hustota je $\sigma = y$.
37. Vypočítej hmotnost pěti čtvrtin kruhu, jehož plošná hustota je $\sigma = R$. Pak vypočítej souřadnice jeho těžiště.
38. Zintegruj $\iint_M \cos\sqrt{x^2+y^2}\, dx\, dy$ kde oblast M je ohraničená funkcemi $x^2 + y^2 \geq \frac{\pi^2}{4}; x^2 + y^2 - \pi^2 \leq 0; y \geq \frac{\sqrt{3}}{3}x; y \leq \sqrt{3}x.$
39. Vypočítej polohu těžiště oblasti danou ohraničením $y = x^2; y = x + 2.$
40. Vypočítej polohu těžiště oblasti danou ohraničením $x^2 + y^2 \leq 9; y \geq -x; y \geq 0.$

VIDEOSBÍRKA TROJNÉ INTEGRÁLY

41. Vypočítej hmotnost koule o poloměru r, jejíž hustota je přímo úměrná vzdálenosti od středu souřadného systému.
42. Urči souřadnice těžiště oblasti M, kde M je oblast ohraničená plochami $z = \sqrt{x^2 + y^2};\ z^2 + y^2 + x^2 \leq 16$
43. Vypočítej integrál $\iiint_M x + y\, dV$, kde M je oblast ohraničená plochami $z \leq \sqrt{x^2 + y^2} + 2; z \geq -2x^2 - 2y^2 + 1; \frac{\sqrt{3}}{3} \leq y \leq \sqrt{3}x;\ x^2 + y^2 \leq 9$
44. Urči statický moment oblasti M k rovině xz, kde M je oblast ohraničená plochami $z = -x^2 - y^2 + 2;\ z = -x^2 - y^2 + 6; z = \sqrt{x^2 + y^2}; y \geq 0.$
45. Urči objem oblasti M, kde M je oblast ohraničená nerovnostmi $2x + 4y + z - 4 \leq 0; x \leq 1; z \leq 2; x \geq 0; y \geq 0; z \geq 0.$
46. Vypočítej moment setrvačnosti oblasti M z ose z, když M je ohraničená nerovnostmi $z \geq x^2; x^2 + y^2 \leq 4; z \geq 0; z \leq 8$
47. Vypočítej integrál $\iiint_M x\, dV$, kde M je oblast ohraničená plochami $y = x^2; z = 0; x + y + z = 2.$
48. Vypočítej integrál $\iiint_M x + y + z\, dV$, kde M je oblast ohraničená plochami $x = |y|; z = |y|; y \leq 0; 1 \leq x \leq 3; z = 0.$
49. Vypočítej objem části elipsoidu ležící v prvním oktantu: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{4} = 1.$

50. Vypočítej integrál $\iiint_M y\, dV$, kde M je oblast ohraničená plochami $z \leq \frac{1}{y}; (y-2)^2 \leq 1-x^2; z \geq 0.$
51. Vypočítej hmotnost tělesa M ohraničené nerovnostmi $x^2+y^2+z^2 \leq 9; x^2+y^2+z^2 \geq 1; x \geq |y|$, když je hustota popsaná rovnicí $\sigma = \sqrt{x^2+y^2+z^2+1}$
52. Vypočítej integrál $\iiint_M \sqrt{x^2+y^2} \cdot z\, dV$, kde M je oblast ohraničená plochami $1 \leq z \leq 4; x^2+y^2 \leq 4y; y \geq 0.$
53. Vypočítej integrál $\iiint_M yx^2 sin(z)\, dV$, kde M je oblast ohraničená plochami $0 \leq z \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq x \leq 2; y = \sqrt{x}; y = -x^2$

VIDEOSBÍRKA KŘIVKOVÉ INTEGRÁLY

54. Vypočítej délku křivky popsanou zápisem k=$(\sin(t)+\cos(t)\,; \sin(t)-\cos(t))$, pro t mezi 0 a π/2.
55. Vypočítej integrál $\int x^2+y^2+z^2\, ds$ přes šroubovici k: $x=\cos(t), y=\sin(t)\,, z=t$, pro t od 0 do 2π.
56. Vypočítej integrál $\int y^{\frac{3}{2}}\, ds$ přes cykloidu k: $x=t-\sin(t), y=1-\cos(t)$, pro t od 0 do 2π.
57. Vypočítej integrál $\int z+x^2+y^2\, ds$ přes křivku k: $x=e^t \cdot \cos(t), y=e^t \cdot \sin(t)\,, z=e^t$, pro t od 0 do 1.
58. Urči statický moment křivky k k ose x, když k: $y=\sqrt{x}\ a\ x \in \langle 1;2\rangle$.
59. Stanov souřadnice těžiště kružnice, která ohraničuje oblast $x^2+y^2 \leq 9; y \geq 0; y \geq -x$
60. Urči obsah válcové plochy $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1;$, která je ohraničená funkcemi z=0 a $z=y\cdot x$ a $y \geq 0.$
61. Vypočítej $\oint x^2-y\, ds$ přes trojúhelník ABC, když jeho body jsou A[0;0] B[2;0] C[2;2].
62. Vypočítej integrál $\int xy\, dx + \frac{1}{z} dy + (z-x) dz$ přes úsečku určenou body A[2;3;1] a B[0;4;5]. Bod A je počáteční bod.
63. Vypočítej integrál $\int x^2\, dx + dy + (y-z) dz$ přes křivku $k=(a\cdot\cos(t)\,; a\cdot\sin(t)\,; t)$ kde $t \in \langle 0;\pi\rangle$ a $a \in R$ (a je obecné číslo)
64. Vypočítej $\oint (2x+3y^2)\, dx + (2xy-y) dy$, kdy křivka je trojúhelník určený body [0;0], [-1;2], [2;2]. Křivka je orientována kladně.

65. Vypočítej $\int \frac{e^y}{y} dx + (y \cdot (x-1))dy$ přes křivku popsanou $y^2 = x; 0 \leq x \leq 2.$ Bod [2;2] je počátečním bodem.

66. Dokaž, že vektorové pole v integrálu $\int (\frac{3x^2+1}{y} + 2y)dx + (\frac{-x^3-x}{y^2} + 2x)dy$ je potenciálové, a pomocí výpočtu potenciálu urči hodnotu integrálu přes křivku y=3x-2, kdy $x \in \langle 1; 2\rangle$. Bod [1;1] je počátečním bodem.

67. Vypočítej práci síly $F = (\frac{y-1}{x^2}; x^2 \cdot e^x)$ po křivce $y = \frac{1}{x}$ z bodu A A [1;1] do bodu B [0,5;2].

VIDEOSBÍRKA PLOŠNÉ INTEGRÁLY

68. Vypočítej velikost plochy paraboloidu pod rovinou z = 0.

$$z = 2x^2 + 2y^2 - 6$$

69. Vypočítej plošný integrál přes plochu S o následujících parametrech

$$\iint_S (x^2 + y^2)dS\,; \;\; S = \{(x, y, z); x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ x^2 + y^2 \geq 1\}$$

70. Vypočítej plošný integrál přes plochu S o následujících parametrech

$$\iint_S (xy)dS\,; \;\; S = \{(x, y, z); x^2 + y^2 = 4, x \geq 0;\ y \geq 0, 0 \leq z \leq 3\}$$

71. Vypočítej plošný integrál přes plochu S o následujících parametrech

$$\iint_S (x^2 + y^2)dS\,; \;\; S = \{(x, y, z); x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, 0 \leq z \leq 6 - x - y\}$$

72. Vypočítej plošný integrál přes plochu S o následujících parametrech

$$\iint_S (x - y - z)\, dS\,; \;\; S = \{(x, y, z); 2x + y - z = 4, x \geq 0;\ y \geq 0, z \leq 0\}$$

73. Vypočítej plošný integrál přes plochu S o následujících parametrech

$$\iint_S (z^2 + y^2)dS\,; \;\; S = \{(x, y, z); x^2 + y^2 = z^2, 1 \leq z \leq 4\}$$

74. Vypočítej plošný integrál druhého druhu z vektorové funkce F přes plochu S o následujících parametrech.

$$\iint_S (z; xy; x-z) \cdot d\vec{S} \ ; \ \ S = \{(x,y,z); z = 1-x-y, x \geq 0;\ y \geq 0;\ z \geq 0\}$$

75. Vypočítej plošný integrál druhého druhu z vektorové funkce F přes plochu S o následujících parametrech

$$\iint_S xdydz + ydxdz + zdxdy \ ; \ \ S = \{(x,y,z); x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1\}$$

76. Vypočítej plošný integrál druhého druhu z vektorové funkce F přes plochu S o následujících parametrech

$$\iint_S -zdydx + ydydz \ ; \ \ S = \{(x,y,z); x^2 + y^2 + z^2 = 4, y \geq 0\}$$

77. Vypočítej plošný integrál druhého druhu z vektorové funkce F přes plochu S o následujících parametrech

$$\iint_S 2xydydz - x^2ydxdz - yzdxdy \ ; \ \ S = \{(x,y,z); z = xy, x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$$

78. Vypočítej plošný integrál druhého druhu z vektorové funkce F přes plochu S o následujících parametrech.

$$\iint_S (-x; 0; z) \cdot d\vec{S} \ ; \ \ S = \{(x,y,z); x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1, z \geq 0\}$$

79. Pomocí převodu na Gauss-Ostrogradského větu vypočti tok vektorového pole skrze uzavřenou plochu S. Normála je orientována ven z oblasti.

$$\iint_S xzdydz - yxdxdz + yzdxdy \ ; \ \ S = \{(x,y,z); x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 3\}$$

80. Pomocí převodu na Gauss-Ostrogradského větu vypočti tok vektorového pole skrze uzavřenou plochu S. Normála je orientována ven z oblasti.

$$\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} \ ; \vec{F} = (e^{2x}; x-y; xyz)\ S = \{(x,y,z); z = y-2, z = 0, x = 0, y = 0.y, x = 4\}$$

81. Pomocí převodu na Gauss-Ostrogradského větu vypočti tok vektorového pole skrze uzavřenou plochu S. Kladný směr normály je definová dovnitř koule.

$$\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} \; ; \vec{F} = (2x; xy; yz) \;\; S = \{(x, y, z); x^2 + y^2 + z^2 = 3, z \leq -\sqrt{x^2 + y^2}\}$$

82. Pomocí Stokesovy věty vypočti tok vektorového pole skrze uzavřenou křivku k.

$$\oint_k \vec{F} \cdot d\vec{r} \, ; \vec{F} = (x - y; 2xz; y^2) \;\; k = \{(x, y, z); x^2 + y^2 = 4, z = 2x + y + 1\}$$

83. Mějme trojúhelník složený z bodů A[0;1;0], B[1;0;0], C[1;1;1]. Pomocí Stokesovy věty vypočti tok vektorového pole skrze obvod trojúhelníka, když integrujeme ve směru A->B->C->A.

$$\oint_k \vec{F} \cdot d\vec{r} \, ; \vec{F} = (-y^2; z; x^2)$$

84. Mějme parametricky popsanou plochu S, Pomocí Stokesovy věty vypočti tok vektorového pole skrze její okraj a ověř si tento výpočet pomocí přímého výpočtu křivkového integrálu.

$$\oint_k \vec{F} \cdot d\vec{r} \, ; \vec{F} = (-y; x; x) \; S = \{(u; v); x = u \cdot cos(v), y = u \cdot sin(v), z = u \cdot cos^2(v); u \in < 0; 1 >, v \in < 0; 2\pi >\}$$