

VIDEOSBÍRKA VÝRAZY

Základy výrazů

1) Urči hodnotu výrazu $P=2x^3+2x^2-4x$, pokud $x=-2$.

2) Urči kořeny těchto výrazů

$$\begin{array}{ll} 2x + 7 & \frac{x + 4}{x - 2} \\ x^2 - 5x + 6 & x^2 + 2 \end{array}$$

3) Pro jaké x má výraz V hodnotu 2? $V(x) = \frac{3x-1}{2x+2}$

4) O kolik se změní hodnota výrazu P , pokud člen a zmenším o dva? $P_{(a,b)} = (a + b)^2 + a$

5) Umocni mnohočlen $P=(2x^2-7+x)$ na druhou. Jakou hodnotu má koeficient u lineárního člene?

Uprav výrazy

6) $(ab - a^2 + 2)(3 - ab) + 2a(a - b) - (ab + a)^2$

7) $((x + 1)^2 - (x - 1)^2)^2$

8) $(x + x^2)^3$

9) Roznásob a urči hodnotu mnohočlenu pro $x=1$

$$(x + 4) \cdot (x^2 - 3x + 2)$$

Proveď operaci $a+2bc^2$, pokud a,b,c jsou mnohočleny

10) $a = 3x^4 + 2x; b = 2x^2 + 2; c = x + 1$

11) $a = x + 2; b = (x + 2)^2; c = \frac{5}{2}x$

Rozklad mnohočlenů do součinu a dělení mnohočlenů

Rozlož mnohočleny do součinu

12) $4x^4 - 16$

13) $2x^2 - 3$

14) $2x^2 + 4x$

15) $2x^2 + 8x + 8$

16) $16x^6 - 2y^3$

17) $x^3 - 4x^2 - 4x + 16$

18) $x^5 + x^4 + 2x^2 + 2x$

19) $x^2 + 13x + 30$

20) $3x^2 - 18x + 27$

21) $2x^2 + 4x + 10$

Vyděl mezi sebou mnohočleny. Urči, jestli vydělením vznikne mnohočlen.

22) $2x^3 \div (x + 1)$

23) $(x^3 + 3x^2 - 17x + 14) \div (x - 2)$

24) $(3x^4 + x^2 - x) \div (x^2 - 2)$

25) $(x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6) \div (x^2 + 4x + 3)$

Úprava lomených výrazů

Zjednoduš dané výrazy a uveď podmínky jejich existence

$$26) \frac{24a^3b^2 + 48b^3a^2}{12a^2b}$$

$$27) \frac{y + 2}{2a + ay}$$

$$28) \frac{14 - 7x}{4x^2 - 16}$$

$$29) \frac{6y^2 - 6xy}{2x^2 - 2y^2}$$

$$30) \frac{4x + 4y}{2x^2 + 4xy + 2y^2}$$

$$31) \frac{1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2}{1 - \left(\frac{x}{y}\right)^2}$$

$$32) \frac{a^2 - 36}{a + 6} \cdot \frac{a}{6a - 36}$$

$$33) \frac{1}{1 + x} - \frac{1}{(1 + x)^2} + \frac{2x + 2}{(1 + x)^3}$$

$$34) \frac{\frac{x + 1}{x^2 + 4x + 4} - \frac{x}{x^2 - 4x + 4}}{\frac{x}{x^2 + 4x + 4} + \frac{1}{x^2 - 4x + 4}}$$

$$35) \frac{1}{2 + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}$$

$$36) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \div (a + b)$$

$$37) \frac{\frac{4}{x} - x}{x + 2}$$

$$38) \frac{\frac{x^2}{x^2 - 2x - 3}}{\frac{x}{x + 1}}$$

$$39) \frac{1}{x^3 - x^2} \div \frac{1}{x - x^2}$$

$$40) \frac{y - x}{(x + y)^2} \div \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$$

$$41) \frac{a - 3b}{b} \div \left(\frac{a^2}{b^2} - 9\right)$$

$$42) \frac{x^{-1}}{2 + \frac{1}{x}} - \frac{(2x)^{-1}}{1 + \frac{1}{x}}$$

Výrazy s odmocninami

Uprav výrazy a urči jejich podmínky

$$43) \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$$

$$44) \frac{x + 1}{x\sqrt{x}} \div \frac{\sqrt[4]{x^6}}{\sqrt{x^3}}$$

$$45) \frac{(a + b)a^{\frac{7}{3}}b^{-\frac{2}{3}}}{a} \div \left(1 + \frac{a}{b}\right)$$

$$46) \frac{xy - \sqrt{xy} - (y + \sqrt{x})(x - \sqrt{y})}{\sqrt{xy} + x + y}$$

$$47) \left[\left(a^{\frac{2}{3}} b^2 \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \cdot \left(b^{-\frac{1}{4}} a \right)$$

$$48) \frac{\sqrt[3]{b^3 c^2}}{b} \div \frac{\frac{b^4 \sqrt[4]{c}}{\sqrt[4]{bc}}}{\frac{c^{-2}}{b^{-1}}}$$

$$49) \frac{\sqrt{xy}}{x + 2\sqrt{xy} + y} \div \frac{\frac{x}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}}{\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}}$$

$$50) \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} + \frac{x + 2}{1 - x} + \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$$

51) Částečně odmocni tyto odmocniny: $\sqrt{50}$; $\sqrt[3]{16}$; $\sqrt[4]{100\,000}$; $\sqrt{800}$; $\sqrt[3]{81}$

VIDEOSBÍRKA FUNKCE

Úvod k funkcím

Popisují dané rovnici funkci? Pokud ano, vyjádři její zápis

$$1) x^3 - xy = 2 - y \quad 2) -x^2 + y = -x^3 + 2 \quad 3) x^2 + y^2 = 100$$

Urči, zda dané funkce jsou sudé nebo liché.

$$4) y = 2^x + x \quad 5) y = \log x^2 \quad 6) y = 2x^3 - x$$

$$7) y = \frac{2 + |x|}{x} \quad 8) y = \frac{1 - x^4}{x^2 + x}$$

Leží body A a B na funkci y?

$$8) y = \frac{2}{x} + x^2; A [1; 3]; B \rightarrow y_2 = -5$$

Navrhni parametry a, b tak, aby dané body ležely na příslušných funkcích.

$$9) y = \frac{a}{x}, [5; 0,4] ; 10) y = (x - b)^2 + 2, [4; 6]$$

Nalezni průsečíky funkcí a zakresli situace do grafu

$$11) y_1 = -x + 3; y_2 = 2x + 4$$

$$12) y_1 = x^3; y_2 = x$$

$$13) y_1 = \frac{1}{x-2}; y_2 = x + 2$$

Definiční obory a inverzní funkce

Urči definiční obory daných funkcí

$$14) y_1 = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-1}; 15) y_2 = \frac{2^{x+2}}{x^3+1}; 16) y_3 = \sqrt{x^2+3x+4}; 17) y_4 = \sqrt{\frac{-x+4}{x-1}};$$

$$18) y_5 = \sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{2}{2^x - 4}}$$

Urči předpisy inverzních funkcí a dále jejich definiční obory a obory hodnot

$$19) y_1 = \frac{2+x}{2x+1}; 20) y_2 = 2 \cdot 3^{x+2}; 21) y_3 = x^2 + 3; 22) y_4 = \frac{1}{x^{-3}} + 2$$

Grafy funkcí a vlastnosti funkcí

Zakresli grafy funkcí a urči jejich vlastnosti

$$23) 2x + y = -y + 4$$

$$24) y = \frac{3x+4}{2}$$

$$25) -x^2 + 2y =$$

$$26) y = -3x^2 + 6x + 24$$

$$27) y = x^2 - 3x + 1$$

$$28) y = \frac{-2x+2}{x+1}$$

$$29) y = (x+2)^{-2} + 1$$

$$30) y = (-x-1)^4 + 1$$

$$31) y = -(x+2)^5 - 3$$

$$32) y = -\sqrt{x+2} + 1$$

$$33) y = 3^{x-2} + 1$$

$$34) y = -2^{-x+1}$$

$$35) y = \log_3(-x+1) + 2$$

$$36) y = 2 - \log_{\frac{1}{2}}x$$

Funkce s absolutní hodnotou

Zakresli grafy těchto funkcí

$$37) y = |x-2| - |x|; 38) y = |x^3+8| - 2; 39) y = \frac{|x|+2}{|x-4|}$$

VIDEOSBÍRKA ROVNICE

Lineární a kvadratické rovnice

Vyřeš dané rovnice

$$1) 5 - \frac{x}{4} = \frac{x}{2} + 7$$

$$2) \frac{x-1}{5} = -\frac{2+x}{6}$$

$$3) \frac{2x+1}{3} - \frac{x+5}{6} = \frac{x-1}{2}$$

$$4) 4(x-2) + 2(2-x) = \frac{4x-1}{2}$$

$$5) (4x-3)(x+4) - (5x^2+10) = 3x-46$$

$$6) \frac{x^2 - \frac{2x+1}{2}}{-x^2+1} = 1$$

$$7) 3(2-x) + 2x = -2(x-1) + 3(1-x)$$

Rozlož daný výraz do součinu

8) $2x(2x - 1) - 2x^2 - 12$

9) $-x(x + 2) - 12 - x$

Rovnice v součinném a podílovém tvaru, rovnice s neznámou ve jmenovateli

Vyřeš dané rovnice

10) $\frac{x-4}{x+4} - \frac{x^2+4}{x^2-16} = \frac{2}{x-4}$

12) $x^2(x-1) = 4(x-1)$

14) $\frac{x^3+x}{(2-x)x^2} = 0$

16) $\frac{x+14}{x+2} + 1 = x$

11) $(x^2 + 2x + 5)(x^2 - 3)(x + 1) = 0$

13) $\frac{2}{x-3} + 8 = \frac{6}{3-x}$

15) $\frac{1}{x^2-3x} + \frac{4}{x^2+6x} = \frac{9}{(x-3)(x+6)}$

17) $\frac{1-x + \frac{x+2}{3}}{2+x - \frac{2-x}{2}} = \frac{2}{3}$

Iracionální, exponenciální a logaritmické rovnice

Urči kořeny těchto rovnic s odmocninou

18) $\sqrt{x^2+4} = \sqrt{x^2-3} + 1$

20) $1 - \sqrt{\frac{x+3}{x}} = -\sqrt{\frac{2-x}{x}}$

19) $\sqrt{x^2+4\sqrt{2x}} = x+2$

21) $\frac{1}{\sqrt{5-\sqrt{2-x}}} = \frac{1}{\sqrt{3+x}}$

Najdi kořeny daných exponenciálních rovnic

22) $3^{\frac{2-x}{4x+2}} = 729$

24) $4^x - 2 \cdot 2^x - 16 = -4^x + 8$

26) $2 \cdot 5^{4-x} - 7 \cdot 2^x = 3 \cdot 5^{3-x} + 7 \cdot 2^{x-2}$

23) $\sqrt[x]{64} + \sqrt[x]{2^{2x+3}} - 12 = 0$

25) $\left(\frac{4}{5}\right)^{1-2x} = \sqrt[3]{\left(\frac{5}{4}\right)^{3x+1}}$

Vyřeš tyto logaritmické rovnice

27) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+4) = -3$

29) $(\log_2 x)(\log_2 x - 2) = 3$

31) $2^{\log x} + 2^{\log x+1} = \frac{3}{4}$

28) $\log_3(2+x) - \log_3(x-1) = \log_3(10+x) - \log_3(x+3)$

30) $2 \log x + \log \sqrt{x} - \log \sqrt[3]{x} = 13$

32) $x^{3 \log_x 2} = 16x$

Soustavy rovnic a slovní úlohy

Urči řešení daných soustav rovnic

33) $x^2 - y + x = -1; x - 2y = -5$

35) $2x - y = 8; -3x + 2y = -11$

34) $2(x+1) = y-3; -5+y-2x=0$

36) $4(x+y) - 2x = 4; -2(y+x) + x = 1$

37) V prodejně elektroniky mají vystaveno dohromady 80 kusů osvětlení. Halogenových světel je dvakrát více než zářivek a o pět méně než LED světel. Kolik je vystaveno jednotlivých kusů osvětlení?

38) Kilo jablek bylo zdraženo o tolik procent, kolik byla jeho počáteční cena. Jaká byla jejich cena před zdražením, jestli po zdražení stály 24 Kč/kg? 20 Kč a 24 Kč

39) Kyselina sírová je namíchaná v poměru s vodou 6:4. Kolik vody je třeba přidat do 60 kg směsi, abychom dostali 20% kyselinu sírovou?

40) Mějme obdélník o délkách stran a, b . Pokud jejich délky zdvojnásobíme zvětšíme jeho obsah o 72 cm^2 a jeho obvod o obvod 20 cm. Jaké jsou tyto délky?

41) Bečka je naplněna až po okraj vodou a váží 180 kg. Když spotřebujeme 60 % vody na zalévání, má bečka s vodou hmotnost 84 kg. Jakou hmotnost má voda a jakou bečka?

42) Rozděľ číslo 44 tak, aby jeho části byly v poměru 2:9.

43) Na hotelu je 150 pokojů a při maximální kapacitě pojme 505 lidí. Hotel se skládá výhradně z třílůžkových a čtyřlůžkových pokojů. Kolik je jednotlivých typů pokojů?

Rovnice s absolutní hodnotou a rovnice s parametrem

Urči kořeny rovnic s absolutní hodnotou

$$44) |x^2 - 3x| + x = 2$$

$$45) |3 - x| + x = 2| - x|$$

$$46) \frac{2 - |x|}{|2x + 4|} = x - 2$$

$$47) |6 + 2x| = 2$$

Diskutuj řešení rovnic s parametrem p .

$$48) -p - p^2x - 2px = 0$$

$$49) p(x^2p + 4) = -2(px + 5) + 4$$

$$50) -xp + x + x^2 = -1$$

VIDEOSBÍRKA NEROVNICE

Lineární a kvadratické nerovnice

Vyřeš dané nerovnice

$$1) \frac{x-2}{3} - \frac{1-x}{2} \leq x+1$$

$$2) \frac{\frac{x}{2}+1}{-\frac{1}{4}} - \frac{2x}{\frac{2}{3}} \leq -2$$

$$3) 2(x-1) - (x^2+3x) \leq -2x^2$$

$$5) x^2 - 3x - 4 > 0$$

$$4) 2x^2 + 2x - 24 \leq 0$$

$$7) 2x^2 - x + 1 > 0$$

$$6) x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

Urči řešení nerovnice graficky

$$8) x - 3 \leq -2x + 7$$

$$9) -x^2 + 2 > -x$$

Nerovnice v součinném a podílovém tvaru, nerovnice s neznámou ve jmenovateli

Vyřeš dané nerovnice

$$10) x^3 + 6x^2 + 8x < 0$$

$$11) (x^2 + 2x + 5)(x^2 - 3)(x + 1) = 0$$

$$12) \frac{x + 3}{x^2 - 2x - 15} \leq 0$$

$$13) \frac{-x^2 - 9x - 14}{x^2 + 4x} > 0$$

$$14) \frac{2}{x} + x \leq 3$$

Iracionální, exponenciální a logaritmické rovnice

Urči kořeny těchto nerovnic

$$15) 3^{2x+1} - 6 \leq 3$$

$$16) \frac{2^{-x+1}}{4} - 1 < 0$$

$$17) \log_2 \frac{x-1}{x+2} < 1$$

$$18) \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x + 3) > 0$$

$$19) \sqrt{x^2 + 4} \leq \sqrt{8x - 3}$$

$$20) -\sqrt{x^2 - 28} < \sqrt{-x + 2}$$

Nerovnice s absolutní hodnotou

Urči kořeny nerovnic s absolutní hodnotou

$$21) |x - 2| - |3 - 2x| \leq 1$$

$$22) x|2x + 4| \leq 2$$

$$23) \frac{|x|^2 - |3x| - 2}{|x| + 1} \geq 1$$

VIDEOSBÍRKA GONIOMETRIE

Základy goniometrie

1) Převed' úhly ze stupňů na radiány (popř. opačně)

a) 225° b) $4/3\pi$ rad c) 72° d) $7/4\pi$ rad e) 21° f) $2,5$ rad

Urči úhly, pro které platí

$$2) \sin \alpha = \frac{1}{2} \wedge \tan \alpha < 0$$

$$3) \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \wedge \sin \alpha < 0$$

$$4) \cos \alpha = \frac{1}{2} \wedge \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$$

$$5) \cotg \alpha = -1 \wedge \sin \alpha > 0$$

$$6) \sin \alpha = -\frac{1}{2} \wedge \alpha \in \left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$$

Výpočty úhlů a stran v trojúhelnících

Urči velikosti úhlů a stran v pravouhlých trojúhelnících, pokud znáš

$$7) b = 4 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}$$

$$8) a = 2 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}$$

$$9) \alpha = 40^\circ, a = 5 \text{ cm}$$

$$10) \beta = 35^\circ, c = 10 \text{ cm}$$

11) V obecném trojúhelníku znáš $a=6 \text{ cm}$, $c=5 \text{ cm}$, $\beta=50^\circ$. Jak dlouhá je výška na stranu c ?

12) Jak dlouhá je výška na základnu rovnoramenného trojúhelníku, když délka základny je 10 cm a úhel naproti ní je 100° ?

13) Urči velikosti úhlů a stran v trojúhelníku, když znáš $a=6 \text{ cm}$, $b=7 \text{ cm}$, $\gamma=60^\circ$.

14) Urči velikosti úhlů a stran v trojúhelníku, když znáš $b=6 \text{ cm}$, $c=5 \text{ cm}$, výška na stranu $b=3 \text{ cm}$.

15) Urči velikosti úhlů a stran v trojúhelníku, když znáš $b=7 \text{ cm}$, $\alpha=45^\circ$, těžnice na stranu $c=12 \text{ cm}$.

16) Urči velikosti úhlů a stran v trojúhelníku, pokud znáš $a=6 \text{ cm}$, $\alpha=23^\circ 35'$, $\beta=73^\circ 19'$.

Grafy goniometrických funkcí

Zakresli grafy těchto funkcí

$$17) y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$18) y = \sin(2x) + 4$$

$$19) y = -2 \cos(x + \pi) +$$

$$20) y = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$21) y = \frac{1}{2} \cotg\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$22) y = 2|\sin(x)| + 1$$

Urči definiční obory těchto funkcí

$$23) y = \frac{1}{\operatorname{tg}(2x)} ; 24) y = \sqrt{\sin(2x)} ; 25) y = \sqrt{1 - \cos(x)}$$

Goniometrické výrazy

Urči, pro která x mají dané výrazy smysl a pak je zjednoduš

$$26) \frac{\cos(x)}{1 - \sin(x)} - \frac{\cos(x)}{1 + \sin(x)}$$

$$27) \frac{\cos^2(x) + \cos(x)}{2 \cdot \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \sin(x)}$$

$$28) \frac{\cos(x) + \cos(-x)}{\cotg(x)} + \frac{\sin(x) + \sin(-x)}{\tg(x)}$$

$$29) \frac{\cos^4(x) - \sin^4(x)}{\cos(2x)}$$

$$30) \frac{\cos^2(x) + \sin(x) + \cos(x) + \sin^2(x) - 1}{\cos^2(x) - \sin^2(x)}$$

$$31) \frac{1}{\tg(x) \cdot \tg(2x) + 1}$$

$$32) \frac{\cos(x)}{1 + \sin(x)} + \frac{1 + \sin(x)}{\cos(x)}$$

33) Pomocí vzorce na poloviční úhel urči hodnotu $\sin\left(\frac{13}{12}\pi\right)$.

Goniometrické rovnice

Najdi kořeny těchto goniometrických rovnic

$$34) \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$35) \cos(x - 2) = \frac{1}{2}$$

$$36) \frac{5 \cos(x) + 6}{10 \cos(x) + 3} = 2$$

$$37) (\sin(x) + \cos(x))^2 - (\sin(x) - \cos(x))^2 = 1$$

$$38) 4\sin^2(x) = 3\tan^2(x)$$

$$39) \cos(4x) + \cos(2x) = 0$$

$$40) \tg(x) + \cotg(x) + 6 = 0$$

$$41) \frac{2 \tg(x)}{\tg^2(x) + 1} = 1$$

$$42) -\cos(2x) - \sin(2x) = (\sin(x) + \cos(x))^2$$