

VIDEOSBÍRKA DERIVACE

1. Zderivuj funkci $y = \ln^2(\sin x + \operatorname{tg} x^2)$
2. Zderivuj funkci $y = 2 \cdot e^{x^2} \cdot \cos 3x$
3. Zderivuj funkci $y = 3 \cdot e^{\sin^2(x^2)}$
4. Zderivuj funkci $y = \frac{x^3 + 2x^2 + \sin x}{x}$
5. Zderivuj funkci $y = \frac{\cos^2 x \cdot \sin x + \sin^3 x}{\operatorname{cotg} x}$
6. Zderivuj funkci $y = \frac{1}{6} \cdot \ln \frac{1+3x}{1-2x+2x^2}$
7. Zderivuj funkci $y = \sqrt{\operatorname{arctg} \left(\frac{x^2}{x-1} \right) - e^{2x}}$
8. Zderivuj funkci $y = \sqrt{1-x} \cdot \operatorname{arc} \sin \sqrt{x^2-1}$
9. Zderivuj funkci $y = \ln \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$
10. Najdi extrémů funkce $y = \frac{2x^2+24}{x-2}$
11. Najdi extrémů funkce $y = 2x^3 - x^2 + 2$
12. Urči inflexní body, intervaly konvexnosti a konkávnosti u funkce $y = x \cdot \ln(x^2)$
13. Urči, kdy funkce roste a klesá a dále kdy je konkávní a konvexní - $y = \frac{x^2-2}{x}$
14. Najdi intervaly monotónnosti $y = \frac{x^2-1}{x}$
15. Najdi intervaly monotónnosti $y = \frac{x^2}{x-1}$
16. Najdi extrémů funkce $y = (\ln x) \cdot x$
17. Urči Taylorův polynom třetího stupně v okolí bodu 0 z funkce $y = e^x \cdot \sin x$
18. Urči Taylorův polynom čtvrtého stupně v okolí bodu 1 z funkce $y = 2x^2 - \ln x$

19. Urči tečnu a normálu funkce $y = e^{2x} \cdot (2x - 2)$ v bodě $x = 0$.

20. Najdi všechny asymptoty funkce $y = y = \frac{x^3 - 1}{x^2}$

21. Najdi všechny asymptoty funkce $y = x + \operatorname{arc\,cotg}(x)$.

22. Urči průběh funkce $y = \frac{x}{e^x}$

23. Urči průběh funkce $y = (x^2 - 3) \cdot e^x$

VIDEOSBÍRKA INTEGRÁLY

Algebraické úpravy

1. Zintegruj pomocí dělení $\int \frac{\sqrt{x^3+1}}{1+\sqrt{x}} dx$

2. Zintegruj $\int \frac{1}{1-\cos 2x} dx$

3. Zintegruj $\int (\sin x)^2 dx$

4. Zintegruj $\int (\sin x)^2 \cdot (\cos x)^2 dx$

5. Zintegruj $\int \frac{1}{\sin 2x} dx$

6. Zintegruj $\int \sqrt[4]{x^{-2}} \cdot \sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{\sqrt[5]{x^{5,1/x}}} dx$

7. Zintegruj pomocí dělení $\int \frac{x^2+4x}{2x-2} dx$

8. Zintegruj převodem na parciální zlomky $\int \frac{x-4}{x^2+4x} dx$

9. Zintegruj převodem na parciální zlomky $\int \frac{x+1}{x^4+x^2} dx$

Per partes

10. Zintegruj $\int e^x \cdot \sin x dx$

11. Zintegruj $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$

12. Zintegruj $\int \sin(\ln x) dx$

13. Zintegruj pomocí per partes $\int (\sin x)^2 dx$

Substituce

14. Zintegruj $\int \frac{2 \sin 2x}{4 + (\sin x)^2} dx$

15. Zintegruj $\int \frac{(\sin x)^3}{(\cos x)^4} dx$

16. Zintegruj $\int \frac{\sqrt{\arctg x}}{1+x^2} dx$

17. Zintegruj $\int \frac{9}{4+x^2} dx$

18. Zintegruj $\int \frac{5}{\sqrt{4-x^2}} dx$

19. Zintegruj $\int \frac{\sqrt{x}-2}{x+2} dx$

Určitý integrál

20. Vypočti velikost plochy ohraničenou křivkami $y=2x$, $y=1/x$, $x=4$, $y=0$.

21. Zintegruj $\int_0^1 \frac{e^x-1}{e^{2x}+2e^x-3} dx$

22. Zintegruj $\int_1^e \frac{3}{\sqrt{1+\ln(x)} \cdot x} dx$

23. Urči rovnici přímky $y=kx$ tak, aby její rotací v mezích 0 až 3 vznikl kužel o objemu 81 j^3 .

24. Urči plochu omezenou těmito nerovnostmi

$$y_1 \leq -x + 7; y_2 \leq \frac{2}{3}x + 2; y_3 \geq \frac{x^2}{4} - \frac{3}{4}x + 2$$

VIDEOSBÍRKA MATICE

1. Proveď operaci $2A-3B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Proveď součin matic $A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$$

3. Proveď součin matic $A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Urči hodnotu matice A a B

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Vypočti hodnoty determinantů

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}; \det B = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

6. Vypočti determinant matice

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 8 \\ -2 & 5 & 6 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

7. Vypočti takové x , aby platilo

$$\begin{vmatrix} x & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2x-5 \\ -2 & -4 & x-3 \end{vmatrix} = 0$$

8. Urči hodnotu determinantu pomocí úpravy na schodovitý tvar.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ -2 & 7 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

9. Vyřeš soustavu lineárních rovnic

$$2x - y + z = 6$$

$$x + y - z = -3$$

$$-x + y + 3z = 6$$

10. Vyřeš soustavu lineárních rovnic.

$$2x + 2y - 6z = 10$$

$$x - y + z = 7$$

$$-x - y + 3z = -5$$

11. Vyřeš soustavu lineárních rovnic.

$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2$$

$$-2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 11$$

$$5x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 6$$

$$-x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6$$

12. Urči parametry c, d tak aby měla soustava rovnic právě 1 řešení, nekonečně mnoho a žádné řešení.

$$2x + y = 4$$

$$x + cy = d$$

13. Diskutuj možná řešení soustavy rovnic vzhledem k parametru p .

$$px + y + z = 2$$

$$x + py + z = 2$$

$$x + y + pz = 2$$

14. Pro jakou hodnotu parametru a danou soustavu nelze řešit pomocí Cramerova pravidla?

$$x + ay + 5z = 3$$

$$3x + y + 3z = 0$$

$$ax + 2y + az = 1$$

15. Vytvoř inverzní matici k matici A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 8 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

16. Vytvoř inverzní matici k matici A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

17. Najdi matici X, která odpovídá rovnici $2X + 4A = -B$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 9 & -7 \end{pmatrix}$$

18. Najdi matici X, která odpovídá rovnici $A \cdot X = B$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 9 & -7 \end{pmatrix}$$

19. Najdi matici X, která odpovídá rovnici $X = A^T \cdot A - B$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$$

20. Vyřeš rovnici $X = A^2 + 2B \cdot C^{-1}$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

21. Vyřeš rovnici $B \cdot X^{-1} = B^T$, kde

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

ANALYTICKÁ GEOMETRIE

Vektory

1. Vypočítej úhel dvou vektorů. $\vec{s} = (1; 3; 4)$, $\vec{t} = (-8; 2; 1)$
2. Stanov souřadnici x, aby vektory **b** a **c** byly kolmé. $\vec{b} = (1; 3; -4)$, $\vec{c} = (-3; 5; x)$
3. Najdi vhodný k-násobek vektoru (32;24;120) tak, aby jeho velikost byla 10 odmocnin z 10.
4. Vypočítej objem čtyřstěnu, který tvoří tyto body:
A [3; 2; 7], B [0; 6; -7], C [4; 1; 1], D [2; -1; 3],
5. Urči vector, který je kolmý na vector (4;3) a má velikost 10.

6. Urči, zda jsou vektory $(2;3;1)$, $(-1;2;4)$ a $(-4;1;7)$ lineárně nezávislé.
7. Mějme kvádr a jeho bod $A [1;3;2]$. Z tohoto bodu vycházejí hrany kvádru, které jsou reprezentovány vektory $a=(2;3;1)$, $b=(0;1;-3)$, $c=(-10;6;2)$. Urči objem kvádru a sousední body k bodu A.

Přímky

8. Napiš parametrický, obecný a směrnice tvar rovnice přímky zadanou bodem a směrovým vektorem. $C [2; -4], \vec{s} = (-3; 2)$
9. Napiš parametrický a obecný tvar rovnice přímky zadanou dvěma body. $A [3; 0], B[1; 4]$
10. Zapiš směrnice tvar rovnice přímky procházející bodem $A [3;2]$, když víš, že přímka svírá s kladným směrem osy x úhel 45° .
11. Zapiš rovnici přímky p procházející bodem B , která je rovnoběžná s přímkou a . $B [-1; 4], a: 2x + y = 5$
12. Zapiš rovnici přímky c procházející bodem B , která je kolmá na přímkou a . $B [0; 5], c: 3x - y + 2 = 0$
13. Vyšetři polohu přímek. $a: 2x + y - 5 = 0; b: 3x - y + 2 = 0$
14. Vyšetři polohu přímek. $c: 2x - y - 5 = 0; d: 4x - 2y + 10 = 0$
15. Vyšetři polohu přímek. $e: 2x - 3y + 4 = 0; f: 4x - 6y + 2 = 0$
16. Zapiš parametrickou rovnici přímky zadané jako průsečnice rovin α a β .
 $\alpha: x + y + z - 6 = 0, \beta: 2x - y + 2z = 0$
17. Zapiš rovnici přímky, která je kolmá na rovinu α a prochází bodem A . $\alpha: 2x + 8y - 3z - 6 = 0, A: [2; 3; 8]$
18. Vyšetři polohu přímek v prostoru.
 $s: x = 2 + s, y = -3 + 2s, z = 4 - s, s \in \mathbb{R};$
 $t: x = 1 - 2t, y = 3 - 3t, z = -2 + t, t \in \mathbb{R}$

Rovina

19. Vytvoř rovnici roviny ze dvou vektorů a bodu, které rovině náleží. $\vec{a} = (2; 1; 1), \vec{b} = (0; -3; 2), C [1; 1; 1]$
20. Vytvoř rovnici roviny ze tří bodů, které rovině náleží.
 $A [1; 2; 3], B [-1; 0; 5], C [6; 1; -3]$
21. Vypočítej úhel dvou rovin. $\alpha: 2x + y - z + 2 = 0; \beta: x + y + z - 8 = 0$
22. Nalezni rovnici roviny, která je kolmá/rovnoběžná na přímkou p a prochází bodem A: $[0; 3; 2], p: x = 1 + t, y = 2 - t, z = -2 + 3t; t \in \mathbb{R}$
23. Urči rovinu tak, aby její vzdálenost od přímky p byla 10 $p: x = 1 + t, y = 3 - 2t, z = 4 + 2t; t \in \mathbb{R}$
24. Vypočítej vzdálenost rovin α a β . $\alpha: x + 2y - 2z - 3 = 0,$
 $\beta: 2x - 4y + 4z + 2 = 0$

Kuželosečky

25. Zakresli do grafu křivku $2x^2 - 8x + y^2 + 10 = 0$.
26. Zakresli do grafu křivku $x^2 + 4x + y^2 - 2y = 0$.
27. Zakresli do grafu křivku $2y^2 - 8y + x + 6 = 0$.
28. Vyšetři polohu křivek $(x - 1)^2 + y^2 = 2$ a $2x + y = 3$.
29. Vytvoř rovnici elipsy ze středu S a bodů A, B, které elipse náleží.

$$S: [1; 0], A: [5; -\sqrt{8}], B: [1; 4]$$

30. Urči a zakresli křivku $x^2 - 2x - 2y^2 + 4y - 5 = 0$

VIDEOSBÍRKA LIMITY

- Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4(\sin x)^4 - x^4}}{(\sin x)^2}$
- Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - 2x}{3x^2 - 8} \right)^3$
- Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{\frac{1}{x+1} - 1}$
- Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x)}{x}$

5. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \left(\pi \left(\frac{x^2 - x + 2}{x - 1} \right)^x \right)$
6. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x + 2}{x^2 - 4}$
7. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{8 - x^3}$
8. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x^2}$
9. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{x} \right)^{2x}$
10. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\cos x - 1}$
11. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(x))^{\frac{1}{x}}$
12. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 4} \sqrt{x^5} + \sqrt[3]{x^8}}{x^3 - x}$
13. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x)^2 + 2 \sin x - 3}{(\sin x)^2 + \sin x - 2}$
14. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln(e^{2x} + x)}$
15. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \arcsin(x - \sqrt{x^2 - x})$
16. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x - 1)^{20} \cdot (x + 4)^{25}}{(3x - 8)^{45}}$
17. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \log \frac{10x^2 - x}{x^2 - 2}$
18. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^x - 4^x}{4 \cdot 3^x - 5^x}$
19. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)^{x^2}$
20. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot (\ln(x + 2) - \ln(x))$
21. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \cdot \ln(e^x - 1)$
22. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\operatorname{tg} x)^{-1}}{x}$

23. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \ln(x+1)}{3x}$

24. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{\arcsin x}$

25. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot (x - \sqrt{x^2 - 2})$

26. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$

27. Vypočítej limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+2}\right)^{x+1}$