

## VIDEOSBÍRKA TROJNÉ INTEGRÁLY

1. Vypočítej hmotnost koule o poloměru  $r$ , jejíž hustota je přímo úměrná vzdálenosti od středu souřadného systému.
2. Urči souřadnice těžiště oblasti  $M$ , kde  $M$  je oblast ohraničená plochami  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $z^2 + y^2 + x^2 \leq 16$
3. Vypočítej integrál  $\iiint_M x + y \, dV$ , kde  $M$  je oblast ohraničená plochami  $z \leq \sqrt{x^2 + y^2} + 2$ ;  $z \geq -2x^2 - 2y^2 + 1$ ;  $\frac{\sqrt{3}}{3} \leq y \leq \sqrt{3}x$ ;  $x^2 + y^2 \leq 9$
4. Urči statický moment oblasti  $M$  k rovině  $xz$ , kde  $M$  je oblast ohraničená plochami  $z = -x^2 - y^2 + 2$ ;  $z = -x^2 - y^2 + 6$ ;  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $y \geq 0$ .
5. Urči objem oblasti  $M$ , kde  $M$  je oblast ohraničená nerovnostmi  $2x + 4y + z - 4 \leq 0$ ;  $x \leq 1$ ;  $z \leq 2$ ;  $x \geq 0$ ;  $y \geq 0$ ;  $z \geq 0$ .
6. Vypočítej moment setrvačnosti oblasti  $M$  z ose  $z$ , když  $M$  je ohraničená nerovnostmi  $z \geq x^2$ ;  $x^2 + y^2 \leq 4$ ;  $z \geq 0$ ;  $z \leq 8$
7. Vypočítej integrál  $\iiint_M x \, dV$ , kde  $M$  je oblast ohraničená plochami  $y = x^2$ ;  $z = 0$ ;  $x + y + z = 2$ .
8. Vypočítej integrál  $\iiint_M x + y + z \, dV$ , kde  $M$  je oblast ohraničená plochami  $x = |y|$ ;  $z = |y|$ ;  $y \leq 0$ ;  $1 \leq x \leq 3$ ;  $z = 0$ .
9. Vypočítej objem části elipsoidu ležící v prvním oktantu:  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{4} = 1$ .
10. Vypočítej integrál  $\iiint_M y \, dV$ , kde  $M$  je oblast ohraničená plochami  $z \leq \frac{1}{y}$ ;  $(y - 2)^2 \leq 1 - x^2$ ;  $z \geq 0$ .
11. Vypočítej hmotnost tělesa  $M$  ohraničené nerovnostmi  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$ ;  $x \geq |y|$ , když je hustota popsána rovnicí  $\sigma = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + 1$

12. Vypočítej integrál  $\iiint_M \sqrt{x^2 + y^2} \cdot z \, dV$ , kde M je oblast ohraničená plochami  $1 \leq z \leq 4; x^2 + y^2 \leq 4y; y \geq 0$ .

13. Vypočítej integrál  $\iiint_M yx^2 \sin(z) \, dV$ , kde M je oblast ohraničená plochami  $0 \leq z \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq x \leq 2; y = \sqrt{x}; y = -x^2$